

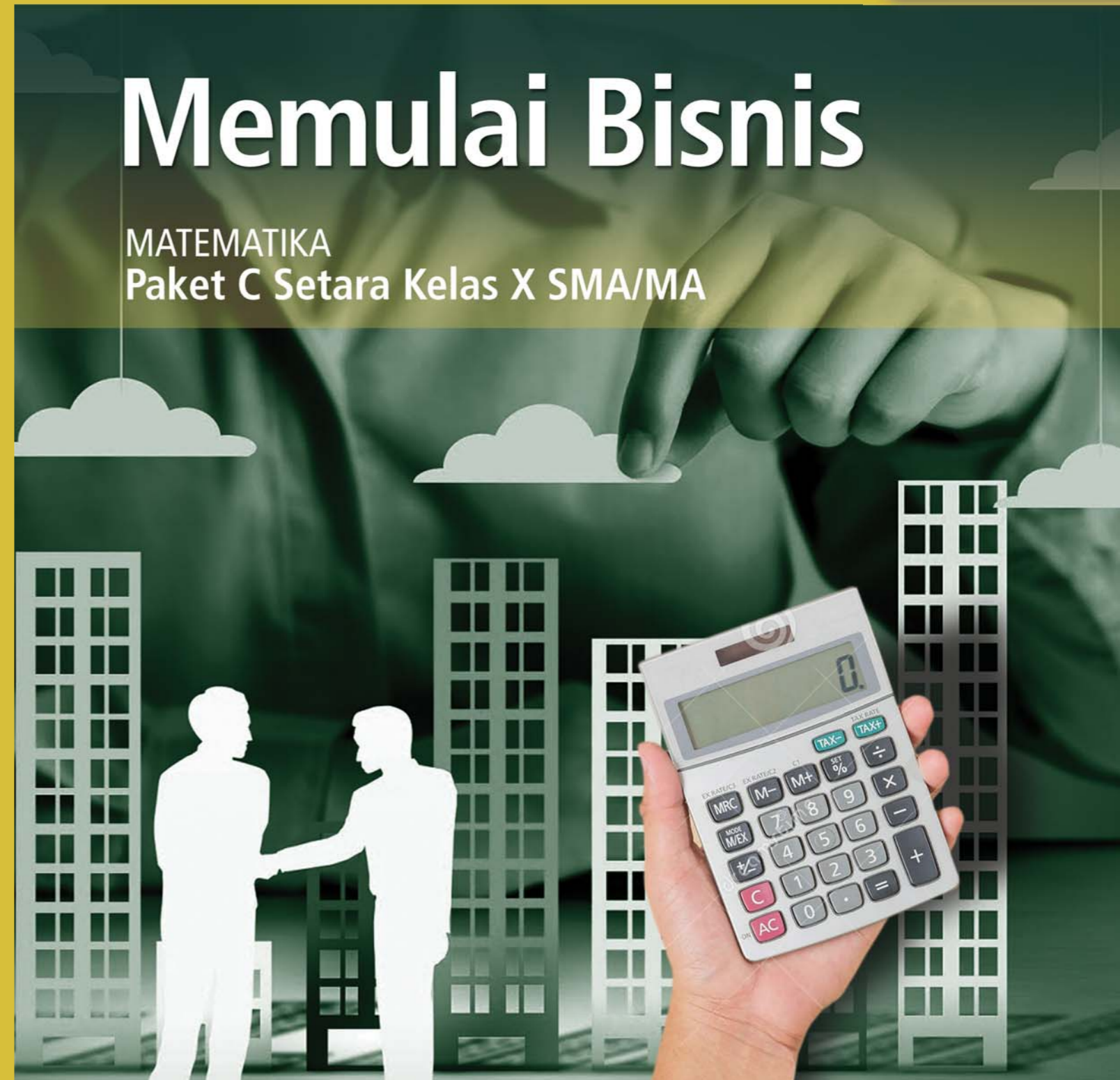


Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 2

Memulai Bisnis

MATEMATIKA
Paket C Setara Kelas X SMA/MA





Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 2

Memulai Bisnis

MATEMATIKA
Paket C Setara Kelas X SMA/MA



Matematika Paket C Tingkatan V Modul Tema 2
Modul Tema 2 : Memulai Bisnis

- Penulis: Rain Adhistya
- Diterbitkan oleh: Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan-
Ditjen Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat-Kementerian Pendidikan dan
Kebudayaan, 2018

iv+ 28 hlm + ilustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada masyarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan pusat kurikulum dan perbukuan kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2017
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Petunjuk Penggunaan Modul	1
Tujuan Pembelajaran Modul	1
Pengantar Modul	2
UNIT 1 KONTEKS PENGGUNAAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM DUNIA USAHA DAN MASALAH SEHARI-HARI	4
Kegiatan 1	6
UNIT 2 STRATEGI SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL	8
Kegiatan 1	15
UNIT 3 PENYELESAIAN MASALAH YANG TERKAIT DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL	17
Kegiatan 1	19
Kegiatan 2	21
Latihan	22
Rangkuman	24
Kriteria Pindah Modul	25
Saran Referensi	26
Daftar Pustaka	26



MEMULAI BISNIS



Petunjuk Penggunaan Modul

Modul ini berisi materi dan konsep system persamaan linear tiga variabel serta penggunaannya dalam kegiatan usaha/bisnis dan aktifitas sehari-hari yang ditemui dalam kehidupan. Tema terdiri atas subtema kebutuhan pasar, menetapkan harga, dan kebutuhan modal yang dikaitkan dengan penggunaan dari konsep sistem persamaan tiga variabel, mulai dari mengidentifikasi jenis konsep dari masalah kontekstual, membuat model matematika serta menyelesaikannya.

Selain penjelasan mengenai materi yang ditampilkan, modul ini juga dilengkapi dengan latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan dari peserta didik terhadap materi yang telah dipelajarinya. Modul ini disusun dengan bahasa yang sederhana, dan dibuat berurutan sesuai dengan urutan materi yang terlebih dahulu perlu dikuasai. Untuk itu, sebelum mempelajari modul ini sebaiknya.

1. Baca pengantar modul untuk mengetahui arah pengembangan modul
2. Membaca kompetensi dasar dan tujuan yang ingin dicapai melalui modul.
3. Agar memperoleh gambaran yang utuh mengenai modul, maka pengguna perlu membaca dan memahami peta konsep.
4. Mempelajari modul secara berurutan agar memperoleh pemahaman yang utuh.
5. Ikuti semua tahapan dan petunjuk yang ada pada modul ini.



Tujuan Pembelajaran Modul

Tujuan pembelajaran modul ini, agar Anda:

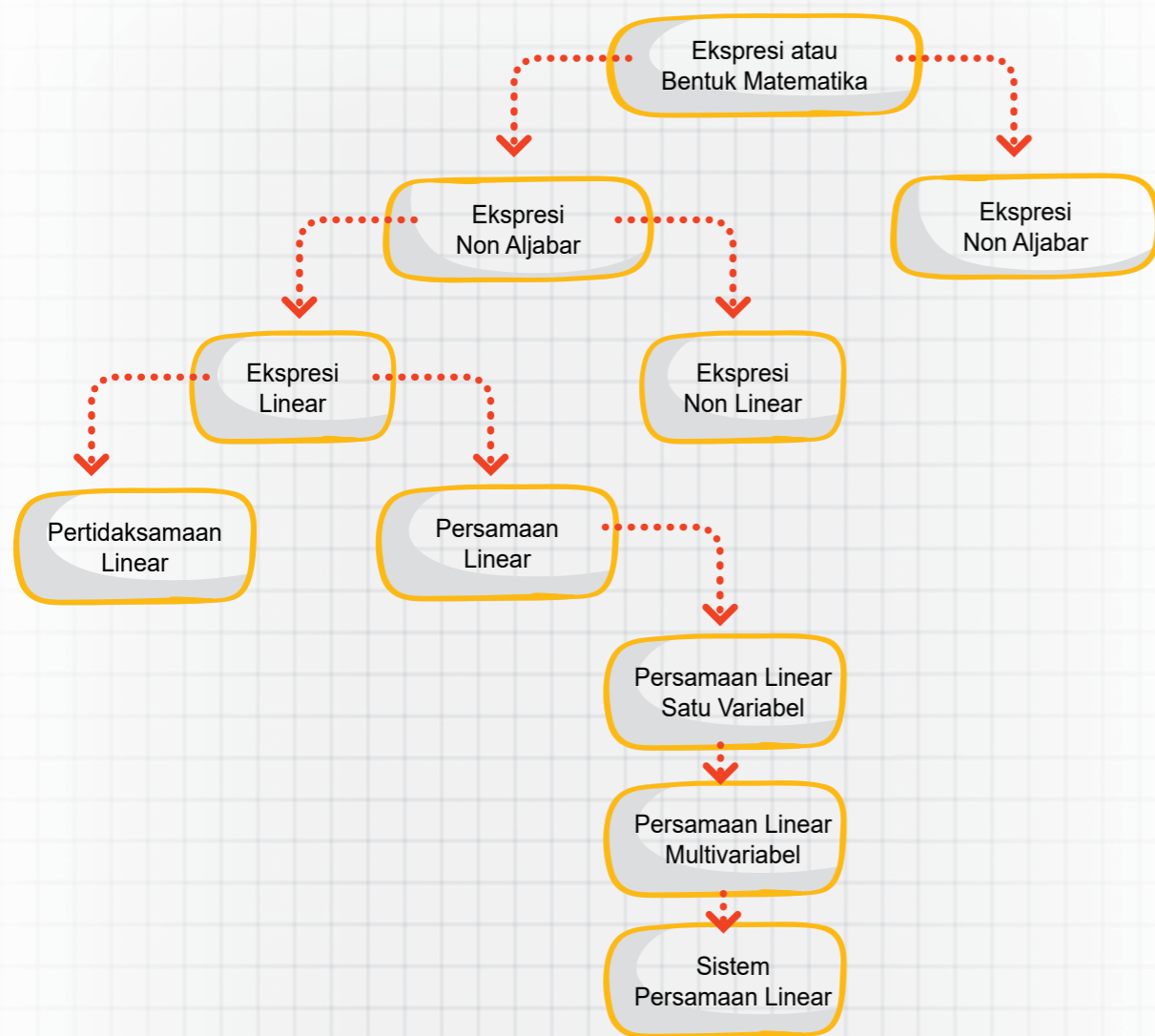
1. Memahami konsep sistem persamaan linear tiga variabel dan penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari
2. Terampil melakukan operasi matematika yang melibatkan system persamaan linear tiga variabel serta penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari
3. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika dalam pengembangan kehidupan ekonomi dan masalah lainnya sehari-hari



Pengantar Modul

Banyak kalimat, pernyataan, peristiwa atau situasi sehari-hari yang dapat dinyatakan dalam simbol atau bahasa yang sederhana, ringkas dan akurat agar lebih mudah dipahami sehingga perlu dikenalkan konsep ekspresi matematika, persamaan atau pertidaksamaan selain menggunakan bentuk tabel, diagram/ilustrasi, atau gambar. Pada modul ini akan dibahas ekspresi matematika terutama yang terkait dengan konsep dan penggunaan dari sistem persamaan linear tiga variabel.

Pembahasan dimulai dengan konsep persamaan, persamaan linear, persamaan linear satu variabel, dua variabel dan tiga variabel, dan sistem persamaan linear dua variabel dan tiga variabel. Peta konsep dari materi pelajaran tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Konsep persamaan banyak diterapkan dan digunakan kegiatan usaha maupun kehidupan sehari-hari. Usaha adalah kegiatan dengan mengerahkan tenaga, pikiran, atau badan untuk mencapai suatu maksud; pekerjaan (perbuatan, prakarsa, ikhtiar, daya upaya) untuk mencapai suatu keuntungan. Banyak sekali peluang dilingkungan sekitar kita yang sangat sederhana sekali, namun bisa menjadi peluang bisnis dengan memanfaatkan pengetahuan dan kemampuan inovatif yang kita miliki.

Dengan berusaha, kita dapat meningkatkan dan memanfaatkan konsep matematika yang kita miliki dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam kegiatan usaha mulai dari kemandirian dalam mengelola keuangan/financial, waktu, mewujudkan produk/barang kebutuhan sehari-hari serta melakukan aktifitas social lainnya.

Pengetahuan atau konsep matematika yang diperlukan meliputi bagaimana mengelola dan menghitung sumber daya yang terbatas mulai dari mencari dan menganalisis kebutuhan pasar, menentukan ide usaha, menetapkan harga jual yang memadai berdasarkan perhitungan biaya yang dikeluarkan, membangun jaringan dan promosi.

KONTEKS PENGGUNAAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM DUNIA USAHA DAN MASALAH SEHARI-HARI

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali materi-materi tentang konsep dari sistem persamaan linear yang didapatkan dari masalah-masalah kontekstual yang disajikan dan penggunaannya dalam kehidupan sehari-hari.

Dalam pengalokasian belanja barang atau memproduksi barang adalah adanya informasi ataupun asumsi tentang kebutuhan manusia sesuai karakteristik masyarakatnya. Sehingga dapat ditentukan jenis produk, merencanakan sasaran realistis, menerapkan teknik pemasaran, dan memprediksi kebutuhan, dan ini digunakan untuk mengalokasikan jenis dan jumlah pembiayaan setiap komponen barang yang diperlukan dan penguasaan konsep matematika sangat membantu dalam penyelesaian masalah ini.

Memprediksi jenis dan jumlah kebutuhan barang di pasar oleh konsumen, memerlukan pengetahuan peluang. Nilai peluang ditentukan berdasarkan tingkat kemungkinan ataupun data pasar sebelumnya. Misalkan, tingkat kebutuhan atau peluang konsumsi masyarakat menjelang hari raya adalah lebih tinggi dari hari biasa. Berikut adalah gambaran penggunaan konsep matematika dalam permasalahan alokasi barang di pasar.

Siapkan uang Rp 150.000,-, kemudian kita ke tiga toko yang saya misalkan toko A, toko B dan toko C. Dari toko A, dengan uang Rp 40.000,- yang kita belanjakan ternyata mendapatkan 8 kg buah jeruk, sedangkan dari toko B dengan uang sebesar Rp 80.000,- hanya mendapatkan 2 kg buah anggur dan sisanya dibelikan di Toko C dan hanya mendapatkan 6 kg buah jambu. Kegiatan sederhana ini bisa kita ubah menjadi bahasa matematika. Misalkan:

- x = harga per kg buah jeruk di Toko A
- y = harga per kg buah anggur di Toko B
- z = harga per kg buah jambu di Toko C

Diperoleh tiga persamaan, $8 \cdot x = \text{Rp } 40.000,-$; $2 \cdot y = \text{Rp } 80.000,-$ dan $6 \cdot z = \text{Rp } 30.000,-$

$$\begin{array}{lcl} 8x = 40.000 & 2y = 80.000 & 6z = 30.000 \\ x = \frac{40.000}{8} & y = \frac{80.000}{2} & z = \frac{30.000}{6} \\ = 5.000 & = 40.000 & = 5.000 \end{array}$$

Dengan demikian diperoleh harga per kg jeruk Rp 5.000,00; harga per kg anggur Rp 40.000,00 dan harga per kg buah jambu Rp. 5.000,00. Jika dijadikan satu, maka diperoleh persamaan yaitu $8x + 2y + 6z = 150.000$.



Modal yang dipunyai hanya Rp 1.000.000,00, Modal tersebut dipersiapkan untuk membeli 5 box buah mangga, 3 box buah jeruk dan 2 box buah manggis. Jika variabel x menunjukkan harga per box buah mangga, variabel y menunjukkan harga per box buah jeruk dan variabel z menunjukkan harga per box buah manggis. Bagaimana persamaan matematis yang bisa terbentuk dari permasalahan ini?

Untuk menyelesaikan masalah kontekstual diatas, variabel x,y dan z sudah menunjukkan harga per box buah masing-masing. Jika diuraikan




- x = harga per box buah mangga
 - y = harga per box buah jeruk
 - z = harga per box buah manggis
- Maka, persamaan yang terbentuk


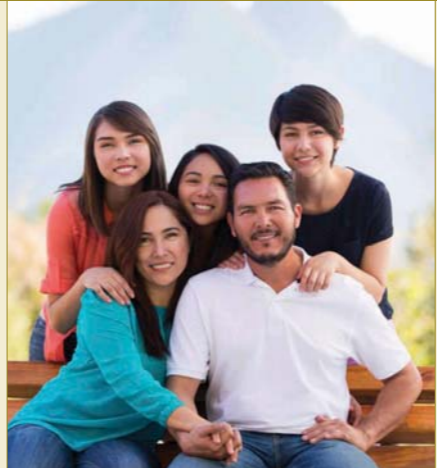
$$5x + 3y + 2z = 1.000.000$$

Jika dibaca dengan kalimat sederhana, maka 5 dikali dengan harga per box buah mangga ditambah 3 dikali dengan harga per box buah jeruk dan 2 dikali dengan harga per box buah manggis sama dengan modal awal yaitu Rp 1.000.000,00.

KEGIATAN 1

Pahami soal berikut dengan seksama, selesaikan dan tuliskan di kolom jawaban yang sudah tersedia!

a		<p>Jika, sebuah dadu disamping saya lempar sekali. Berapa banyak kemungkinan yang akan muncul? Angka berapa saja?</p> <p>Jawab:</p> <hr/> <hr/>
b		<p>Suasana hiruk pikuk di Pasar Buah dan sayuran di pasar tradisional. Toko A, Toko B dan Toko C semuanya menjual jeruk mandarin. Jika Pak Zaenal mau membeli jeruk mandarin dari ketiga toko tersebut dengan 5 kg dari toko A, 2 kg dari Toko B dan 7 kg dari Toko C dengan total biaya sebesar Rp 140.000,-. Ubahlah dalam kalimat matematika yang sederhana! (x = harga di toko A, y = harga di toko B, dan z = harga di toko C)</p> <p>Jawab:</p> <hr/> <hr/>
c		<p>Jika, tiga uang logam disamping saya lempar sekali. Berapa banyak kemungkinan yang akan muncul? Lihatlah contoh diatas?</p> <p>Jawab:</p> <hr/> <hr/>

d		<p>Ali, Budi dan Candra akan membeli perlengkapan sekolah di Toko Budiman. Ali membeli 2 pensil, 1 gunting dan 3 buku dengan harga Rp 8.500,00, Budi membeli 1 pensil, 3 gunting dan 2 buku dengan harga Rp 10.000,00 sedangkan Candra membeli 5 pensil dan 2 buku saja dengan harga Rp 8.000,00. Ubahlah kalimat diatas kedalam kalimat matematika yang sederhana! (x = harga pensil, y = harga gunting, dan z = harga buku)</p> <p>Jawab:</p> <hr/> <hr/>
e		<p>Kakak mempunyai umur 4 tahun lebih tua dari adik. Umur Bapak 4 kali lipat dari umur adik. Enam kali umur Kakak sama dengan dua kali umur Bapak. Ubahlah menjadi model matematika! (a = umur adik, b = umur kakak dan c = umur bapak)</p> <p>Jawab:</p> <hr/> <hr/>

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali materi-materi tentang konsep dari sistem persamaan tiga variabel yang didapatkan dari masalah perdagangan, pengalokasian harga barang dan masalah kontekstual sehari-hari lainnya yang disajikan, menemukannya dan menggunakan konsep tersebut untuk penyelesaian soal.



Untuk mendapatkan keuntungan yang memadai, maka harga barang yang ditetapkan harus kompetitif/bersaing atau tidak terlalu jauh dari harga pasar agar tingkat penjualan tetap tinggi. Sehingga perlu ditetapkan sesuai dengan kondisi dan kecenderungan pasar, dengan tetap memperhatikan biaya produksi dan sejenisnya. Biasanya yang perlu dipertimbangkan dalam menetapkan harga jual produk adalah tingkat permintaan, biaya produksi/operasional, tingkat laba/keuntungan yang diharapkan, serta tingkat harga dan persaingan barang sejenis atau barang penggantinya.

Pengetahuan atau konsep matematika banyak diterapkan dalam menentukan harga jual. Jika Anda mempunyai usaha jus buah dan mendapatkan pesanan 100 gelas untuk acara perpi-

sahan. Biaya yang dibutuhkan untuk memproduksi diperkirakan sebesar Rp 400.000,00. Dengan perincian:

- Biaya bahan baku = Rp 250.000,00
- Biaya tenaga kerja = Rp 100.000,00
- Biaya lain-lain seperti penyusutan alat, sewa empat, dsb Rp 50.000,00

Jika menginginkan laba sebesar 15%, maka Harga Total = Biaya Total + Laba = Rp.400.000,- + (15% x Rp.400.000,-) = Rp.460.000,-. Dengan demikian untuk setiap jus yang anda jual, harganya sebesar Rp.4.600,00.

Contoh yang lainnya, kita mencari harga item buah dari sebuah toko. Budi membeli 3 kg jeruk, 2 kg anggur dan 5 kg melon membayar uang sebesar Rp 129.000,-; Sulaiman ditoko dan hari yang sama membeli 1 kg jeruk, 3 kg anggur dan 2 kg melon membayar uang sebesar Rp 138.000,- sedangkan Zahra membeli 4 kg jeruk, 5 kg anggur dan 3 kg melon dengan biaya sebesar Rp 247.000,-. Jika Pak Anwar mau membeli 10 kg buah jeruk, 10 kg buah anggur, dan 10 kg buah melon di toko tersebut, Berapakah yang harus dibayarkan?

Jika harga 1 kg jeruk dimisalkan dengan variabel/huruf "x", harga 1 kg anggur dimisalkan dengan variabel/huruf "y" dan harga 1 kg melon dimisalkan dengan variabel/huruf "z". Dengan permisalan ini diperoleh sebuah kalimat matematika yaitu

$$\begin{aligned} \text{Budi} & : 3x + 2y + 5z = \text{Rp } 129.000,- \\ \text{Sulaiman} & : x + 3y + 2z = \text{Rp } 138.000,- \\ \text{Zahra} & : 4x + 5y + 3z = \text{Rp } 247.000,- \end{aligned}$$

Sedangkan, untuk Pak Anwar diperoleh suatu persamaan sasaran dengan mencari nilai variabel masing-masing yaitu $10x + 10y + 10z$. Kegiatan diatas jika dalam konsep matematika disebut dengan persamaan linear tiga variabel.

Persamaan Linear Tiga variabel (PLTV) adalah persamaan linear yang memiliki tiga variabel. Sedangkan sistem persamaan linear kumpulan dua atau lebih PLTV dengan himpunan variabel yang sama

Adapun bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel dengan x, y dan z

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Keterangan:

- Variabel adalah x, y dan z
- Koefisien adalah a₁, b₁, c₁, a₂, b₂, c₂, a₃, b₃, c₃
- Konstanta adalah d₁, d₂, d₃

Jika d₁, d₂, d₃ masing-masing bernilai nol, maka dinamakan sistem persamaan linear homogen, sedangkan jika tidak semuanya bernilai nol, maka sistem persamaan linearnya dinamakan sistem persamaan linear nonhomogen. Jika x = x₀, y = y₀, z = z₀ memenuhi sistem persamaan tersebut, maka berlaku hubungan:

$$\begin{aligned} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 &= d_1 \\ a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0 &= d_2 \\ a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0 &= d_3 \end{aligned}$$

Pasangan berurutan (x₀, y₀, z₀) disebut penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel dan {(x₀, y₀, z₀)} disebut himpunan penyelesaian. Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel, dapat menggunakan tiga metode substitusi dan/atau metode eliminasi

Pembahasan masing-masing metode

1. Metode Substitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi, menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah 1

Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana kemudian nyatakan salah satu variabel ke dalam dua variabelnya lainnya. Misalkan dipilih persamaan linear kedua dan kita nyatakan x ke dalam variabel y dan z

Langkah 2

Substitusikan/masukkan persamaan di langkah 1 kedalam kedua persamaan yang lain sehingga terbentuk sistem persamaan persamaan linear dua variabel yang baru

Langkah 3

Selesaikan sistem persamaan persamaan linear dua variabel yang baru untuk menentukan nilai y dan z. Substitusikan kedua nilai ini untuk menentukan nilai x sehingga diperoleh penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel

Contoh 1:

Diketahui sistem persamaan linear $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases}$, dengan menggunakan metode substitusi, tentukan nilai dari x, y dan z!

Jawab:

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 7 \dots\dots\dots (i) \\ x + 2y - z &= 2 \dots\dots\dots (ii) \\ 3x - y + 2z &= 7 \dots\dots\dots (iii) \end{aligned}$$

- Persamaan (i) saya ubah kedalam fungsi x dan z

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 7 \\ y &= 7 - 2x - z \dots\dots\dots (iv) \end{aligned}$$

- Persamaan (iv) saya substitusikan ke pers. (ii)

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 2 \\ x + 2(7 - 2x - z) - z &= 2 \\ x + 14 - 4x - 2z - z &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 4x - 2z - z &= 2 - 14 \\ -3x - 3z &= -12 \text{ (dibagi - 3)} \\ x + z &= 4 \\ x &= 4 - z \dots\dots\dots (v) \end{aligned}$$

- Persamaan (iv) saya substitusikan ke pers. (iii)

$$\begin{aligned} 3x - y + 2z &= 7 \\ 3x - (7 - 2x - z) + 2z &= 7 \\ 3x - 7 + 2x + z + 2z &= 7 \\ 3x + 2x + z + 2z &= 7 + 7 \\ 5x + 3z &= 14 \dots\dots\dots (vi) \end{aligned}$$

- Persamaan (v) disubstitusikan ke persamaan (vi) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} 5x + 3z &= 14 \\ 5(4 - z) + 3z &= 14 \\ 20 - 5z + 3z &= 14 \\ -2z &= 14 - 20 \\ z &= \frac{-6}{-2} \rightarrow z = 3 \end{aligned}$$

- Substitusikan $z = 3$ kedalam persamaan (v) sehingga diperoleh

$$x + z = 4$$

$$x + 3 = 4$$

$$x = 4 - 3$$

$$x = 1$$

- Substitusikan $x = 1$ dan $z = 3$ kedalam persamaan (i) sehingga diperoleh

$$2x + y + z = 7$$

$$2(1) + y + 3 = 7$$

$$y = 7 - 2 - 3$$

$$y = 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{(1,2,3)\}$

2. Metode eliminasi dan substitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode eliminasi, menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

• Langkah 1

Pilihlah variabel mana dari persamaan yang mau dihilangkan atau dieliminasi, misalkan variabel x yang akan dieliminasi. Samakan koefisien x pada persamaan pertama dan persamaan kedua, dengan cari mengalikan persamaan dengan bilangan sehingga tetap ekuivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan kedua sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang pertama.

• Langkah 2

Samakan koefisien x pada persamaan pertama dan persamaan ketiga, dengan cari mengalikan persamaan dengan sebuah sehingga tetap ekuivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan ketiga sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang kedua.

• Langkah 3

Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang baru sehingga diperoleh nilai y dan z . Substitusikan nilai y dan x ke salah satu persamaan tiga variabel untuk memperoleh nilai x

Contoh 2:

1. Diketahui sistem persamaan linear $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases}$, dengan menggunakan metode eliminasi, tentukan nilai dari x , y dan z !

Jawab:

$$2x + y + z = 7 \dots\dots (i)$$

$$x + 2y - z = 2 \dots\dots (ii)$$

$$3x - y + 2z = 7 \dots\dots (iii)$$

- Eliminasi antara persamaaan (i) dan (ii)

$$2x + y + z = 7$$

$$\begin{array}{r} x + 2y - z = 2 \\ \hline 3x + 3y = 9 \end{array}$$

$$x + y = 3 \dots\dots\dots (iv)$$

- Eliminasi antara persamaan (i) dan (iii)

$$2x + y + z = 7 \quad |x2| \quad 4x + 2y + 2z = 14$$

$$\begin{array}{r} 3x - y + 2z = 7 \quad |x1| \quad 3x - y + 2z = 7 \\ \hline x + 3y = 7 \dots\dots\dots (v) \end{array}$$

- Eliminasi antara persamaan (iv) dan pers. (v)

$$x + y = 3$$

$$x + 3y = 7$$

$$\begin{array}{r} -2y = -4 \end{array}$$

$$y = \frac{-4}{-2} \rightarrow y = 2$$

Antara persamaan (v) dan (vi) menggunakan konsep penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel, yaitu

$$x + y = 3 \quad |x3| \quad 3x + 3y = 9$$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 7 \quad |x1| \quad x + 3y = 7 \\ \hline 2x = 2 \\ x = \frac{2}{2} = 1 \end{array}$$

- Substitusikan $x = 1, y = 2$ kedalam persamaan (i) sehingga diperoleh

$$2x + y + z = 7$$

$$2(1) + 2 + z = 7$$

$$z = 7 - 2 - 2$$

$$z = 3$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{(1.2.3)\}$

- Substitusikan $y = 2$ ke pers. (iv)

$$x + y = 3$$

$$x + 2 = 3$$

$$x = 1$$

- Substitusikan $x = 1$ dan $y = 2$ ke pers. (i)

$$2(1) + 2 + z = 7$$

$$z = 7 - 2 - 2$$

$$z = 3$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{(1.2.3)\}$

Contoh 3:

1. Diketahui sistem persamaan linear $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases}$, dengan menggunakan metode gabungan, tentukan nilai dari x, y dan z !

Jawab:

$$2x + y + z = 7 \dots\dots\dots (i)$$

$$x + 2y - z = 2 \dots\dots\dots (ii)$$

$$3x - y + 2z = 7 \dots\dots\dots (iii)$$

- Eliminasi antara persamaan (i) dan (ii)

$$2x + y + z = 7$$

$$x + 2y - z = 2$$

$$\hline 3x + 3y = 9$$

$$x + y = 3 \dots\dots\dots (iv)$$

- Eliminasi antara persamaan (i) dan (iii)

$$2x + y + z = 7 \quad | \times 2 | \quad 4x + 2y + 2z = 14$$

$$3x - y + 2z = 7 \quad | \times 1 | \quad 3x - y + 2z = 7$$

$$\hline x + 3y = 7 \dots\dots\dots (v)$$

- Eliminasi antara persamaan (iv) dan pers. (v)

$$x + y = 3$$

$$x + 3y = 7$$

$$\hline -2y = -4$$

$$y = \frac{-4}{-2} \rightarrow y = 2$$

KEGIATAN 1

Penugasan

- Lihatlah langkah-langkah penyelesaian sesuai modul diatas dengan menggunakan metode substitusi, metode eliminasi dan metode campuran.
- Selesaikan permasalahan dibawah dengan langkah-langkah penyelesaian

1. Dengan menggunakan metode substitusi, selesaikan sistem persamaan linear tiga variabel berikut!

$$a. \begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ 3x + y - z = 19 \\ \quad + 2y - 5z = 10 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + y + z = 6 \\ 5x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 5y + 3z = 1 \\ -x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

2. Dengan menggunakan metode campuran, selesaikan sistem persamaan linear tiga variabel berikut!

$$a. \begin{cases} 3x + 9y - 4z = 10 \\ 2x - 2y + z = -5 \\ 5x + 4y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 4y + 3z = 13 \\ x - 2y + z = 3 \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$$

3. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear berikut.

$$a. \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + y - z = 9 \\ x - 2y + 3z = 4 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 4x + 2y + z = 7 \\ 9x + 3y + z = 12 \end{cases}$$

UNIT 3

PENYELESAIAN MASALAH YANG TERKAIT DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

Tujuan dari materi pada sub unsur 3 ini adalah peserta didik dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan prosedur dan strategi penyelesaian masalah, dimulai dengan mengidentifikasi masalah kontekstual yang berhubungan dengan sistem persamaan linear tiga variabel kemudian membuat model matematika serta menyelesaikannya dengan sistem persamaan linear tiga variabel.



Berapa modal yang dibutuhkan?

Pengetahuan dan konsep matematika diperlukan dalam merancang biaya produksi barang. Secara sederhana, biaya pembuatan produk ditentukan oleh biaya tetap (seperti modal, gaji tetap dan sejenisnya) dan biaya variabel untuk membuat produk (seperti upah per produk, biaya bahan per produk, dan sejenisnya). Sehingga fungsi biaya produksi adalah persamaan linear dengan grafik berupa garis lurus. Jadi, usaha yang akan didirikan menyesuaikan dengan modal yang dimiliki. Sedangkan pendapatan usaha ditentukan oleh perkalian jumlah penjualan barang dengan harga barang per unitnya, yang merupakan fungsi linear dengan grafik berupa garis lurus. Setidaknya ada lima hal yang harus diperhatikan dalam mengelola keuangan, yaitu:

1. Pisahkan keuangan pribadi dengan milik perusahaan;
2. Gunakan pembukuan keuangan;
3. Rencanakan dengan baik penggunaan uang;
4. Lakukan putaran pada kas secara efektif;
5. Memastikan perhitungan keuntungan dengan benar.



Secara garis besar, langkah-langkah penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut:

1. Menyatakan atau menerjemahkan masalah ke dalam diagram, tabel, grafik atau bahasa yang mudah kita pahami. Ini adalah problem real.
2. Mengidentifikasi berbagai konsep matematika dan asumsi yang digunakan dan berkaitan dengan masalah. Ini adalah problem matematika.
3. Merumuskan model matematika atau kalimat matematika yang berkaitan dengan masalah. Ini adalah proses matematisasi.
4. Menyelesaikan model model matematika dengan menggunakan strategi penyelesaian, operasi hitung atau operasi matematika secara tepat. Ini adalah solusi problem matematika.
5. Menafsirkan dan memeriksa kesesuaian dan masuk akal nya jawaban dari model matematika terhadap masalah semula, untuk mendapat solusi dari masalah. Ini adalah solusi dari masalah.

KEGIATAN 1

1. Ubahlah kalimat-kalimat dibawah ini dengan menggunakan bahasa matematika!
2. Kegiatan ini untuk melatih kemampuan dalam mengidentifikasi masalah dan menyusun model matematikanya!
3. Berikut beberapa contoh untuk mengasah kemampuan saudara dalam mengidentifikasi dan menerjemahkan masalah-masalah kontekstual kedalam bahasa matematika.

a		<p>Dari gambar terlihat rak yang berisi buah-buahan. Jika Rina mau membeli beberapa buah yaitu 5 kg buah apel, 2,5 kg buah jeruk dan 3 kg buah anggur dengan uang sebesar Rp 125.000,-. Ubahlah dalam kalimat tersebut dalam kalimat matematika! (x = harga per kg buah apel, y = harga per kg buah anggur dan z = harga per kg buah jeruk)</p>
b		<p>Masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari gajah, badak, dan unta apabila dijumlahkan adalah 1.520 hari. Masa kehamilan badak adalah 58 hari lebih lama daripada unta. Dua kali masa kehamilan unta kemudian dikurangi 162 merupakan masa kehamilan gajah. Ubahlah dalam kalimat tersebut dalam kalimat matematika! (p = masa kehamilan gajah, q = masa kehamilan badak dan r = masa kehamilan unta)</p>
c		<p>Jika umur ibu, 5 tahun yang akan datang mempunyai umur 3 tahun kurangnya dari 10 kali lipat umur adik yang paling kecil. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk kalimat matematika!</p>

Contoh:

Sebuah kios menjual bermacam-macam buah diantaranya jeruk, salak dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak dan 2 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak dan 1 kg apel harus membayar sebesar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapa harga per kilogram salak, jeruk dan apel?

Jawab:

Misalkan:

x = harga per kilogram jeruk

y = harga per kilogram salak

z = harga per kilogram apel, maka diperoleh model matematika,

$$x + 3y + 2z = \text{Rp. } 33.000,00 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x + y + z = \text{Rp. } 23.500,00 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x + 2y + 3z = \text{Rp. } 36.500,00 \dots\dots\dots (iii)$$

Untuk memudahkan dalam penyelesaian, biasanya menggunakan metode gabungan/campuran.

- Eliminasi antara pers. (i) dengan pers. (ii) untuk menghilangkan peubah x

$$\begin{array}{r} x + 3y + 2z = 33.000 \quad | \times 2 | \quad 2x + 6y + 4z = 66.000 \\ 2x + y + z = 23.500 \quad | \times 1 | \quad 2x + y + z = 23.500 \\ \hline 5y + 3z = 42.500 \dots\dots\dots (iv) \end{array}$$

- Eliminasi antara pers. (i) dan pers. (iii) untuk menghilangkan peubah x

$$\begin{array}{r} x + 3y + 2z = 33.000 \\ x + 2y + 3z = 36.500 \\ \hline y - z = - 3.500 \dots\dots\dots (v) \end{array}$$

- Eliminasi antara pers. (iv) dan pers. (v)

$$\begin{array}{r} 5y + 3z = 42.500 \quad | \times 1 | \quad 5y + 3z = 42.500 \\ y - z = - 3.500 \quad | \times 3 | \quad 3y - 3z = - 10.500 \\ \hline 8y = 32.000 \\ y = \frac{32.000}{8} \rightarrow y = 4.000 \end{array}$$

- Substitusikan y = 4.000 ke pers. (v)

$$y - z = - 3.500$$

$$(4.000) - z = - 3.500$$

$$4.000 + 3.500 = z \rightarrow z = 7.500$$

- Substitusikan y = 4.000, z = 7.500 ke pers. (ii)

$$2x + y + z = 23.500$$

$$2x + (4.000) + (7.500) = 23.500$$

$$2x = 23.500 - 11.500$$

$$2x = 12.000$$

$$x = \frac{12.000}{2} \rightarrow x = 6.000$$

Jadi, harga per kilogram salak Rp 6.000,00, harga per kilogram jeruk Rp 4.000,00 dan harga per kilogram apel Rp 7.500,00

KEGIATAN 2

1. Buatlah model matematika dari masalah kontekstual dibawah ini!
2. Selesaikan model matematika tersebut menggunakan langkah-langkah penyelesaian!

- a. Diketahui tempat tisu disamping dibuat dari kerangka dari kawat dengan panjang 48 cm. Kerangka tersebut memenuhi ketentuan khusus. Jika panjang kerangka ditambah tiga kali lebarnya dan dikurangi dua kali tingginya sama dengan 14 cm. Lebar balok ditambah dengan tingginya sama dengan panjang kerangka. Tentukan panjang, lebar dan tinggi balok tersebut.



- b. Pada bulan Agustus pak Ahmad, pak Yudi dan pak Fauzi panen raya untuk buah jeruk. Jika hasil panen jeruk dari pak Fauzi lebih sedikit 15 kg dari pak Ahmad dan lebih banyak dari 15 kg dari pak Yudi. Jumlah hasil panen ketiganya sebanyak 225 kg. Maka hasil panen jeruk dari pak Ahmad adalah



- c. Seorang ahli kimia mencampur tiga larutan glukosa yang memiliki konsentrasi 20%, 30%, dan 45% untuk menghasilkan 10 L larutan glukosa dengan konsentrasi 38%. Jika volume larutan 30% yang digunakan adalah 1 L lebih besar daripada dua kali larutan 20% yang digunakan, tentukan volume masing-masing larutan yang digunakan.
- d. Sebuah kotak berisi 58 kartu yang berwarna merah, kuning dan hijau. Dua kali kartu merah ditambah kartu kuning kemudian dikurangi dua kali kartu hijau sama dengan 30. Kartu merah dikurangi dua kali kartu kuning dan ditambah tiga kali kartu hijau sama dengan 52. Tentukan banyak kartu pada setiap kotak tersebut.
- e. Ibu Ira membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg ikan dengan harga Rp 305.000,-. Ibu Budi membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp131.000,-. Ibu Shifa membeli 3 kg daging dan 2 kg ikan dengan harga Rp 360.000,-. Jika ibu Atun membeli 2 kg telur, 1 kg daging, dan 1 kg daging ikan di tempat yang sama, Berapa yang harus dibayar?



LATIHAN

Setelah memahami konsep persamaan linear tiga variabel secara utuh, selesaikanlah soal dibawah ini dengan menyilang jawaban yang menurut saudara benar!

1. Diketahui sistem persamaan linear $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 4x + 2y + z = 7 \\ 9x + 3y + z = 12 \end{cases}$ maka nilai dari $x - y - z = \dots$
- 16
 - 6
 - 2
 - 6
 - 12
2. Nilai dari $x + y + z$ sistem persamaan $\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + y - z = 9 \\ x - 2y + 3z = 4 \end{cases}$ adalah
- 2
 - 3

- 4
- 9
- 11

3. Himpunan penyelesaian sistem persamaan $\begin{cases} p + 2q - 3r = -7 \\ 2p - q + r = 5 \\ 3p - q + 2r = 8 \end{cases}$ adalah $\{(p_0, q_0, r_0)\}$. Nilai dari $q_0 - r_0 = \dots$

- 3
- 2
- 1
- 1
- 3

4. Nilai dari $(x + y + z)$ sistem persamaan $\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 2x - y - 3z = -9 \\ -x + 2y + z = 6 \end{cases}$ adalah

- 1
- 3
- 5
- 6
- 9

5. Diketahui sistem persamaan linear $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = -3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = 2 \end{cases}$. Nilai dari $x + y + z = \dots$

- 3
- 2
- 1
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$



Rangkuman

1. Persamaan linear tiga variabel merupakan persamaan linear yang memiliki atau memuat 3 jenis variabel. Bentuk umum persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai $ax + by + cz = d$, di mana a, b, c konstan dengan $a, b,$ dan c tidak keduanya nol
2. Dua atau lebih persamaan linear tiga variabel dengan jenis variabel yang sama dapat membentuk sistem persamaan linear tiga variabel. Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

3. Pasangan terurut (a, b, c) adalah penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel apabila nilai a, b dan c disubstitusikan ke dalam setiap persamaan menghasilkan pernyataan yang benar.
4. Prinsip yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel adalah mengubahnya ke bentuk persamaan lain yang lebih sederhana dan setara. Jadi, strategi penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel adalah mengubahnya sehingga terbentuk sistem persamaan linear dua variabel baru pertama (yang lebih sederhana). Selanjutnya, persamaan linear dua variabel baru tersebut diubah sehingga terbentuk persamaan linear satu variabel baru yang kedua. Penyelesaian sistem persamaan linear menggunakan metode substitusi, metode eliminasi, dan/atau operasi baris.
5. Secara umum, langkah-langkah penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut:
 - a. Menyatakan atau menerjemahkan masalah ke dalam diagram, tabel, grafik atau bahasa yang mudah kita pahami. Ini adalah problem real.
 - b. Mengidentifikasi berbagai konsep matematika dan asumsi yang digunakan dan berkaitan dengan masalah. Ini adalah problem matematika.
 - c. Merumuskan model matematika atau kalimat matematika yang berkaitan dengan masalah. Ini adalah proses matematisasi.
 - d. Menyelesaikan model model matematika dengan menggunakan strategi penyelesaian, operasi hitung atau operasi matematika secara tepat. Ini adalah solusi problem matematika.
 - e. Menafsirkan dan memeriksa kesesuaian dan masuk akal nya jawaban dari model matematika terhadap masalah semula, untuk mendapat solusi dari masalah. Ini adalah solusi dari masalah.

KRITERIA PINDAH MODUL

Anda dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut.

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan
2. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%
3. Mampu mengerjakan test penempatan untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%

Anda dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini dan belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, di bawah sebesar 75%
2. Mengikuti test penempatan dengan hasil di bawah 75%



Saran Referensi

Buku teks pelajaran Kurikulum 2013 kelas X SMA/SMK, Kemdikbud, 2016
 Everyday Algebra for Elementary Course, William Betz, Ginn and Company, New York, 1951



Daftar Pustaka

LPPI dan BI.2015.Profil Bisnis Usaha Mikro, Kecil dan Mengengah (UMKM). Hal:1- 100.[http://www.bi.go.id/id/umkm/ penelitian/nasional/kajian/Docume nts/ Profil%20Bisnis%20UMKM.p df](http://www.bi.go.id/id/umkm/penelitian/nasional/kajian/Documents/Profil%20Bisnis%20UMKM.pdf) (diakses 22/1/2017).

[http://file.upi.edu/Direktori/Jurnal/Pendidikan_Dasar/Nomor_14-Oktober_2010/ Konsep_pembelajaran_pada_materi_peluang_guna_meningkatkan_kemampuan_ pemecahan_masalah.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/Jurnal/Pendidikan_Dasar/Nomor_14-Oktober_2010/Konsep_pembelajaran_pada_materi_peluang_guna_meningkatkan_kemampuan_pemecahan_masalah.pdf)

<http://www.ilmu-ekonomi-id.com/2016/12/4-metode-penetapan-harga.html>

<https://rizkyamanda012.wordpress.com/2010/10/23/bisnis-buah-buahan/> (25-10-2017 jam 02.30)

<http://www.investasiuntung.com/2016/08/rincian-modal-usaha-jus-buah.html> (25-10-2017 jam 03.29)

<https://yos3prens.wordpress.com/2013/11/10/5-soal-dan-pembahasan-penerapan-spltv/4/> (25-10-2017 jam 10.56)

<https://www.scribd.com/doc/273902415/MAT-Peminatan-Soal-Cerita-SPLDV-Dan-SPLTV-Beserta-Penyelesaiannya-Riesz-R-R-23> (25-10-2017 jam 21.50)

Permendikbud No. 24 tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika

Kurikulum Kesetaraan Paket A setara SD, Paket B setara SMP dan Paket C setara SMA, Ditjen PAUD dan Dikmas, Kemdikbud, 2017

<https://www.zenius.net/cg/46/matematika-sma-kelas-10>

<http://www.bukupaket.com/2016/08/materi-matematika-kelas-10-sma.html>

<https://ibnufajar75.wordpress.com/materi-pembelajaran/matematikakelas-x/>

<http://www.matematrix.com/2012/10/materi-pelajaran-matematika-sma.html>

Algebra 2 with trigonometry, Bettye C. Hall, Mona Fabricant, Prentice Hall, New Jersey, 1993

Basic quantum mechanics, JL Martin, Oxford University Press, New York, 1981

Merancang tes untuk menilai prestasi siswa, Jane S Cangelosi, Penerbit ITB Bandung, 1995

Master prolem solving maths, Joy Cheng, Federal Publications, Singapore, 2003

Matematika, R Soedjadi, Djoko Moesono, Balai Pustaka, Jakarta, 2003

Kanginan, Marthen, Teten Kustendi. 2001. Matematika SMU Kelas 3. Bandung : Grafindo

Kalkulus dan Geometri Analitis jilid I, Edwin J Purcell, Dale Varberg, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1990

